第三章
影像品質的改善與回復

內容

- 3.1 前言
- 3.2 平滑法和統計上的意義
- 3.3 中值法和其電路設計
- 3.4 中央加權中值法
- 3.5 柱狀圖等化法
- 3.6 模糊中值法
- 3.7 頻率域濾波器設計

3.1 前言

- 本章主要針對在雜訊(Noise)的干擾或灰階分佈太集中的影響下，如何盡可能恢復原影像的品質。

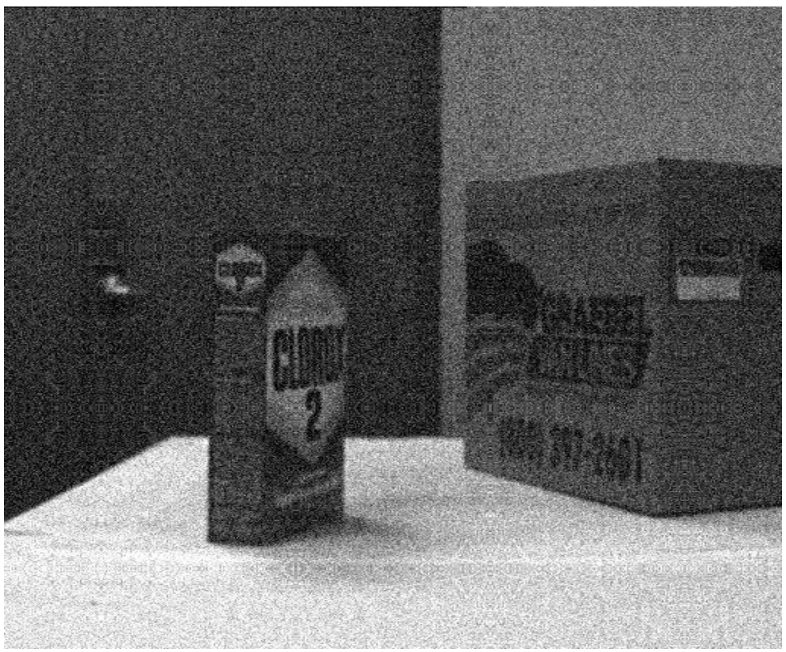


圖3.1.1　受雜訊干擾的影像

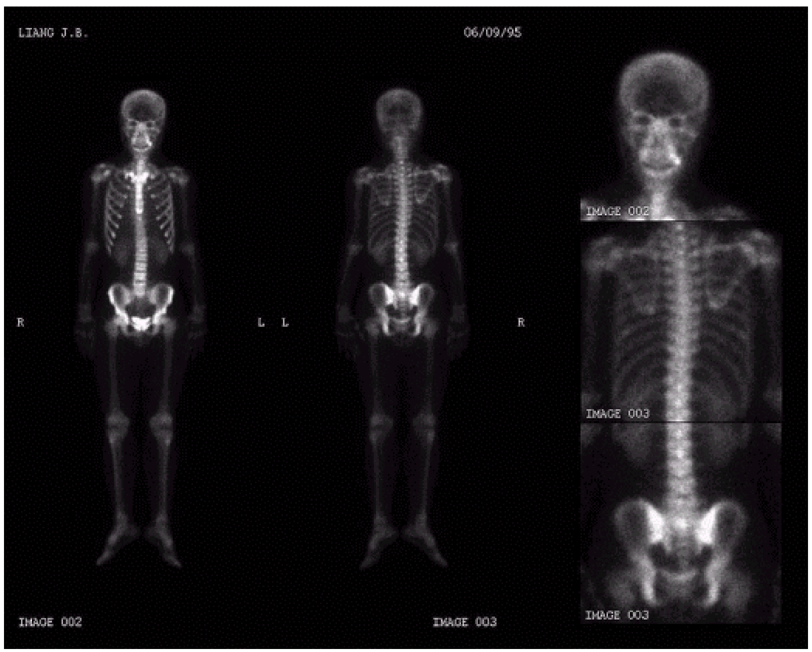


圖3.1.2　某些灰階分布太集中的影像

3.2 平滑法和統計上的根據

- 利用將灰階值平均(Averaging)，將雜訊的影響淡化。
- 以迴積(Convolution)的方式完成計算。
- 面罩(Mask)放在3×3子影像上，用反應值(Response)取代中心點。

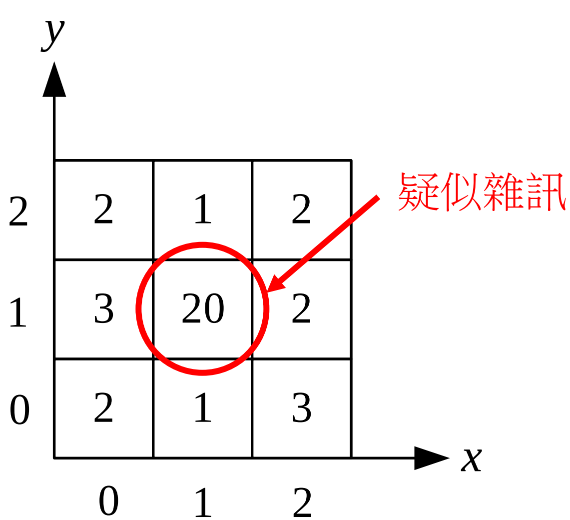


圖3.2.1 3×3 子影像

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

圖3.2.2 平滑法的面罩

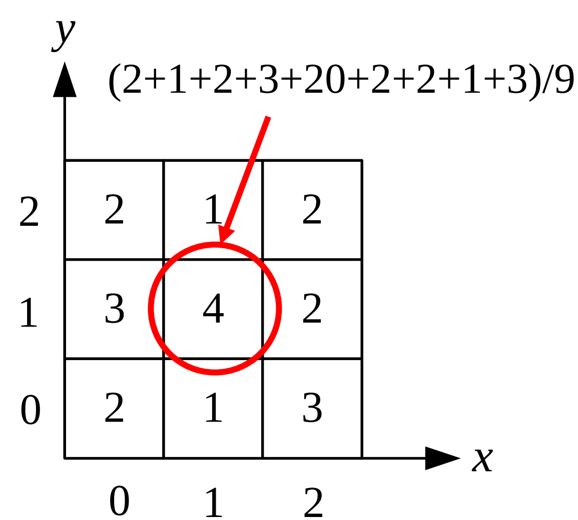


圖3.2.2.1 經平滑法作用於中心點後的子影像

範例1：給一如下的4×4子影像，利用平滑法去除雜訊後，所得的影像為何？

2	5	6	5
3	1	4	6
1	28	30	2
7	3	2	2

解答：

進行平滑動作，得影像如下

2	5	6	5
3	9	10	6
1	9	9	2
7	3	2	2

平滑過的灰階值有經過四捨五入。

解答完畢

範例2：如何針對邊緣像素進行平滑法的雜訊去除？

解答：

將邊緣像素複製一次，原影像被放大成如下6×6影像：

2	2	5	6	5	5
2	2	5	6	5	5
3	3	1	4	6	6
1	1	28	30	2	2
7	7	3	2	2	2
7	7	3	2	2	2

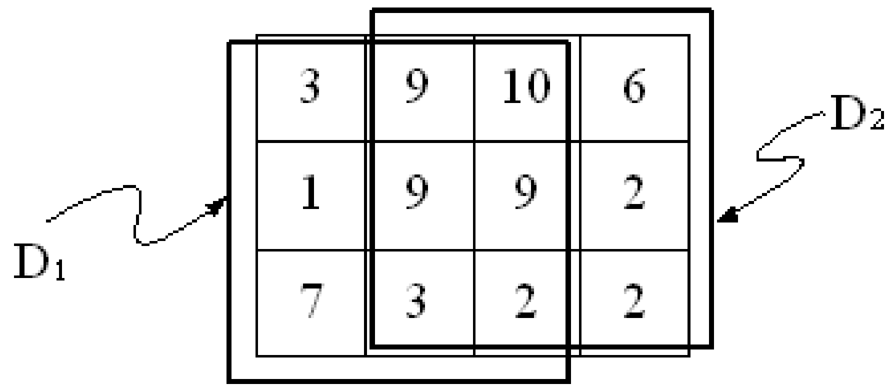
經平滑動作後，
可得下列結果：

3	4	5	5
5	9	10	7
6	9	9	6
7	9	8	5

解答完畢

範例3：如何降低(Reduce)相鄰兩個平滑運算的計算量？

解答：



下列3×2視窗是重覆的：

9	10
9	9
3	2

為了降低計算量， $7=\frac{(9+9+3)}{3}$ 在第一個平滑運算中可以被保留下來，以便在第二個平滑運算時繼續使用。

解答完畢

定理3.2.1. 平滑法作用到影像後，的確可將原影像的標準差予以有效降低。(詳見本書證明)

假設 $U_{i1} = U_{i2} = ... = U_{i9} = U$，並假設 $\sigma_{i1} = \sigma_{i2} = ... = \sigma_{i9} = \sigma$

則得到 $\sigma_Y^2 = \frac{1}{9}\sigma^2$ ，也就是 $\sigma_Y = \frac{1}{3}\sigma$

$$Y = \frac{1}{9}\left(X_{i1} + X_{i2} + ... + X_{i9}\right)$$

Y的平均值為 $$U_Y = \frac{1}{9}\left(U_{i1} + U_{i2} + ... + U_{i9}\right)$$

Y的變異數為 $\sigma_Y^2 = E\left[(Y - U_Y)^2\right] = \sum_{j=1}^{9}\frac{1}{81}E\left[\left(X_{ij} - U_{ij}\right)^2\right] = \frac{1}{81}\sum_{j=1}^{9}\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{9}\sigma^2 \quad (2.2.1)$

在上述的特殊分布假設下，平滑法的標準差為單一像素的標準差之1/3。

- 若面罩變大，標準差將下降；計算量也會增大，且有模糊(Blurred)現象。

3.3 中值法和其電路設計

- 利用排序後的中值，去除雜訊的干擾。
- 中值法常以3×3、5×5或7×7的面罩，以迴積的方式完成。

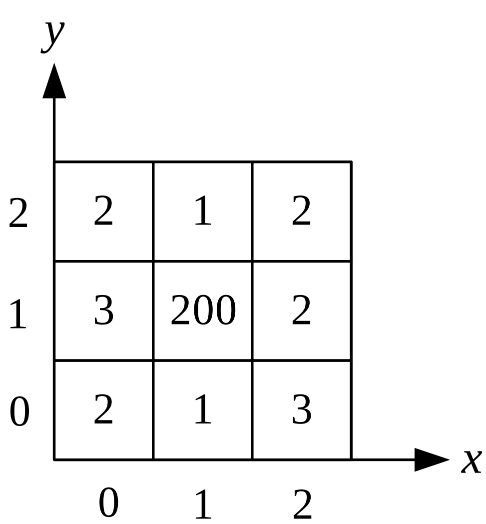


圖3.3.1 一個平滑法不適合的例子

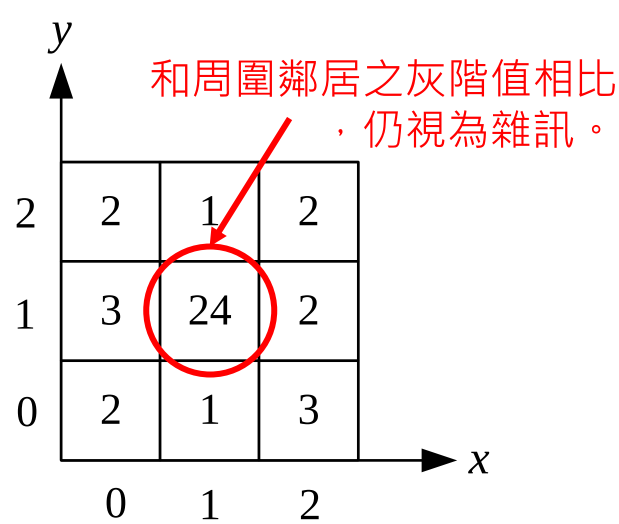


圖3.3.1.1 經平滑法作用於中心點後的子影像

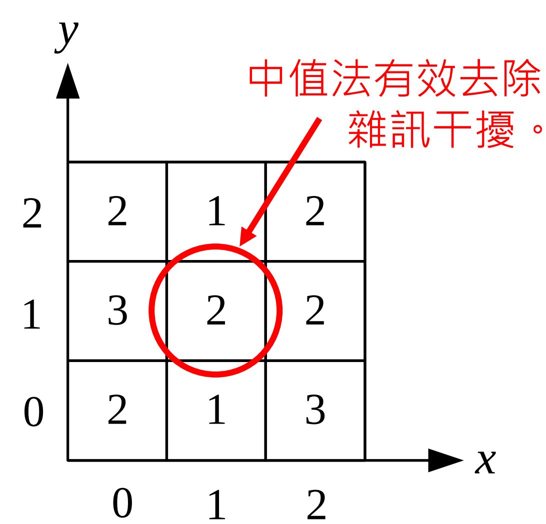


圖3.3.1.2 經中值法作用於中心點後的子影像

範例2：給一如下的4×4子影像，灰階值255為脈衝雜訊(Impulsive Noise)

1. 請用平滑法及中值法去除雜訊。
2. 哪個方法較佳？

18	12	18	12
12	225	225	15
15	225	18	12
18	15	12	18

解答：

1. (a)平滑法

(18+12+18+12+225+225+15+225+18)/9=85.3
(12+225+225+15+225+18+18+15+12)/9=85
(12+18+12+225+225+15+225+18+12)/9=84.6
(225+225+15+225+18+12+15+12+18)/9=85

18	12	18	12
12	85	85	15
15	85	85	12
18	15	12	18

(b)中值法

12, 12, 15, 18, **18**, 18, 225, 225, 225
12, 12, 15, 15, **18**, 18, 225, 225, 225
12, 12, 12, 15, **18**, 18, 225, 225, 225
12, 12, 15, 15, **18**, 18, 225, 225, 225

18	12	18	12
12	18	18	15
15	18	18	12
18	15	12	18

2. (a) 中值法結果較佳。
(b) 使用平滑法的均化效果有限，灰階值85很容易被視為雜訊，但中值法就可以將雜訊去除。

解答完畢

Bitonic數列

$(a_1, a_2, ..., a_{2m})$ 為一Bitonic數列

若

$$b_i = \min(a_i, a_{m+i})$$

$$c_i = \max(a_i, a_{m+i}), 1 \le i \le m$$

➔

$$\max(b_1, b_2, ..., b_m) \le \min(c_1, c_2, ..., c_m)$$

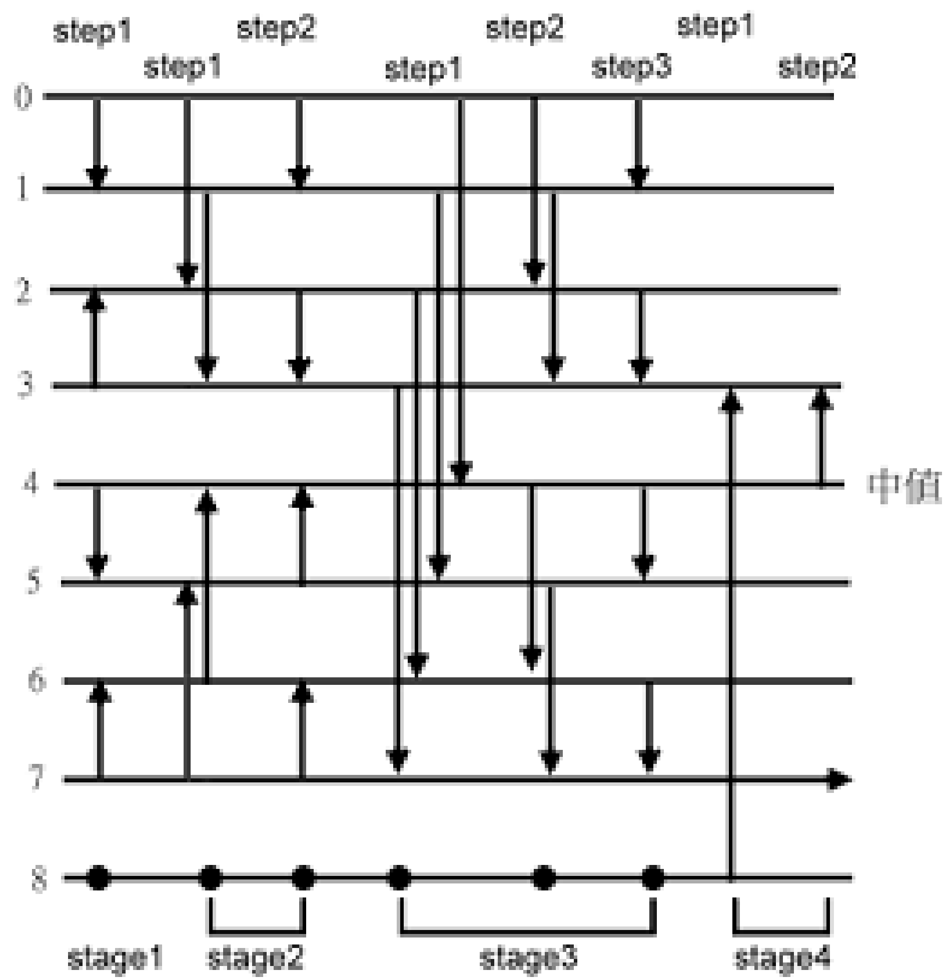
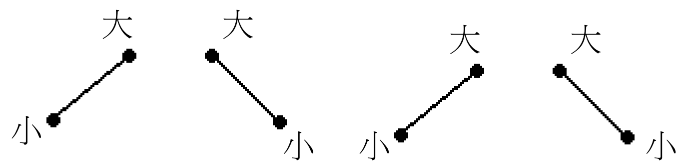


圖3.3.3 中值濾波器網路

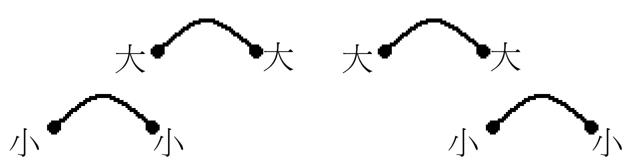
範例3：針對圖3.3.3的中值濾波器網路設計，可否給一個示意圖以便更明白其設計的原理？

解答：

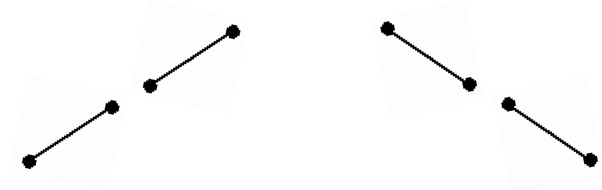
當完成圖2.3.3中的第一階段(Stage 1)後，編號0~7的八筆資料會變成



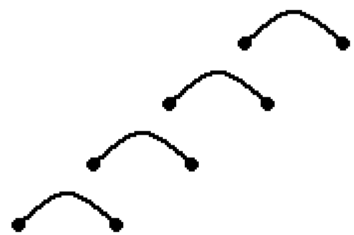
完成第二階段的第一步(Step 1)後，根據Bitonic數列的特性，這八筆資料會變成



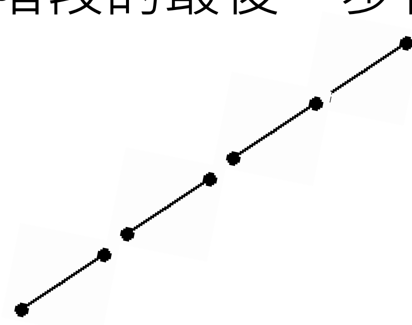
完成第二階段的第二步後，八筆資料會變成



以上資料愈在高處的值越大。完成下一步後，八筆資料會變成



當完成第三階段的最後一步後，八筆資料會變成



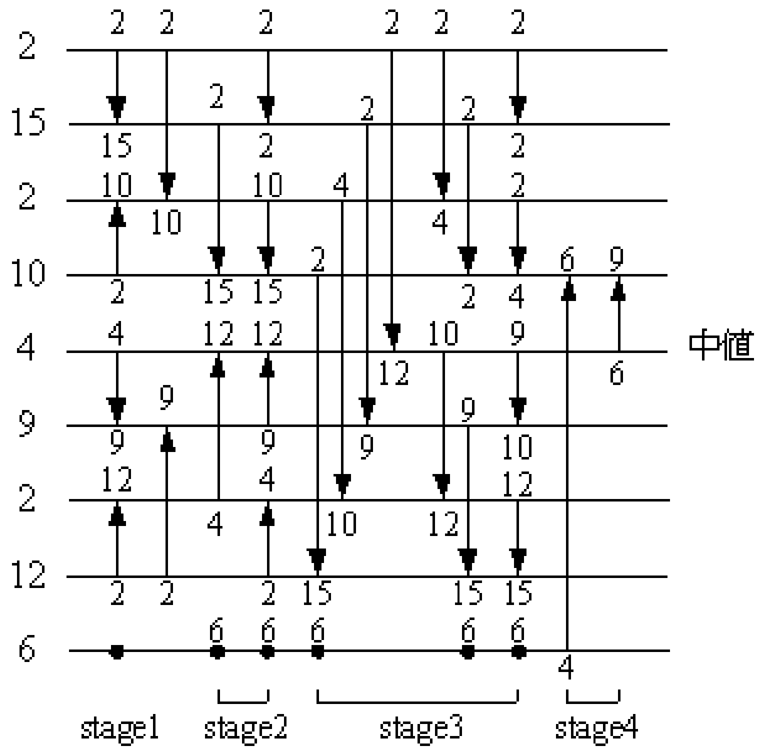
此時，輸入的前八筆資料已排序好。我們留下中間的兩段資料和編號8的資料再經過二次比較就得到中間的值了。

解答完畢

範例4：以本小節範例1中的3×3子影像為例，依照列優先(Row Major)的掃瞄次序，我們將得的數列安放在圖2.3.3中的中值濾波器之輸入端，請列出各步驟執行完後的模擬結果。

解答：

所得到的反應值為6。



上述的中值濾波器兼具平行(Parallel)和管道式(Pipelined)的功能。

解答完畢

圖3.1.1 受雜訊干擾的影像

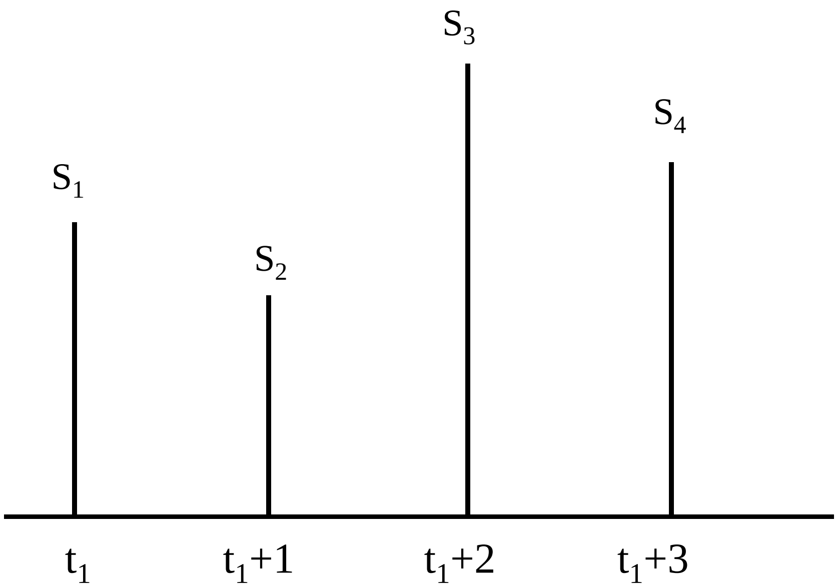
圖3.2.3
圖3.1.1平滑法
的效果

圖3.3.2
圖3.1.1中值法
的效果

範例5：Windyga的快速雜訊去除法。

解答：

植基於波峰-波谷的觀念。$S_2=\min\{S_1,S_3\}$，故進行下面波谷運算：



$$S_2 \leftarrow \min\{S_1, S_3\}$$

接下來，S_3=max{S_2, S_4}，故進行下面波峰運算：

$$S_3 \leftarrow \max\{S_2, S_4\}$$

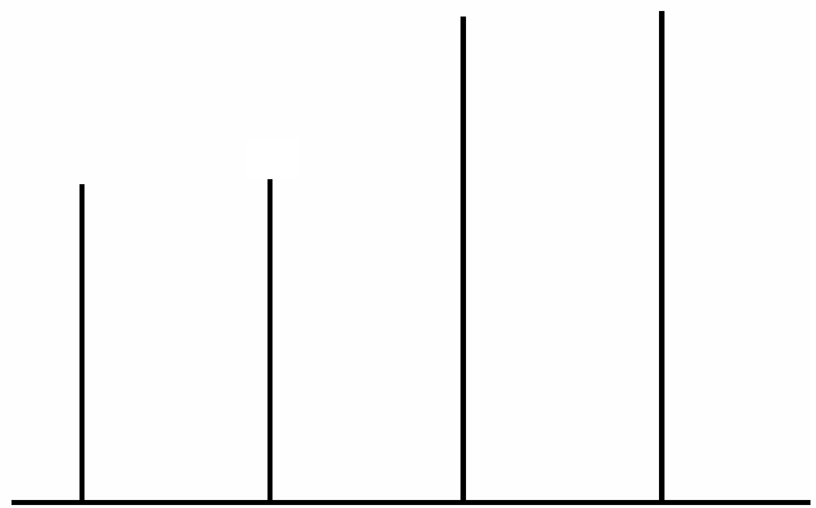


圖2.3.4 Windyga雜訊去除法

上面所述雖是針對一維的情形，讀者不難將其擴充至二維的影像上。

解答完畢

(a) 原始Lena影像

(b) 加入15%脈衝雜訊

(c) 利用Windyga法去雜訊

3.4 中央加權中值法

- 去雜訊外，保留細紋理。
- 將中間的值複製*W*次，利用新的中值取代中心點。

2	3	100
1	100	2
100	3	2

圖3.4.2 例子

2	3	100
1	3	2
100	3	2

1, 2, 2, 2, 3, 3, 100, 100, 100

圖3.4.2.1
中值法造成線段的中斷

2	3	100
1	100	2
100	3	2

1,2,2,2,3,3,100,100,100,100,100,100,100

圖3.4.2.2
中央加權中值法，若*W*=5，
線段不會中斷

範例1：給一個5×5的子影像，若利用中央加權中值法去除雜訊，請問子影像中的中央像素需要重覆幾次？

解答：

$$W + 4 > (25 - 5) = 20$$

得W>16。

解答完畢

範例2：若將範例1中的5×5改成7×7，則中央像素需要重複幾次呢？

$$W+6>\left(49-7\right)=42$$

解答：

可得到$W>36$，所以中央像素需被重複37次。

解答完畢

範例3：給一個$k\times k$的子影像，如何決定中央加權中值法的W值？

解答：

利用 $W+(k-1)>\left(k^2-k\right)$，可推得$W>(k-1)[k-1]$ 。

最小的W值可選 $(k-1)^2+1$

k	$(k-1)^2$	$W=(k-1)^2+1$
3	4	5
5	16	17
7	36	37
9	64	65

解答完畢

3.5 柱狀圖等化法

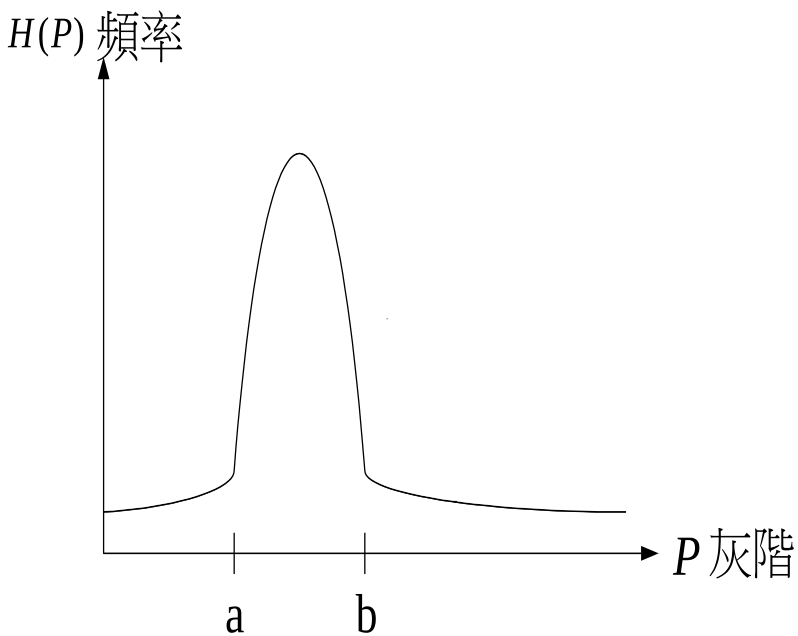


圖3.5.1 灰階分布柱狀圖

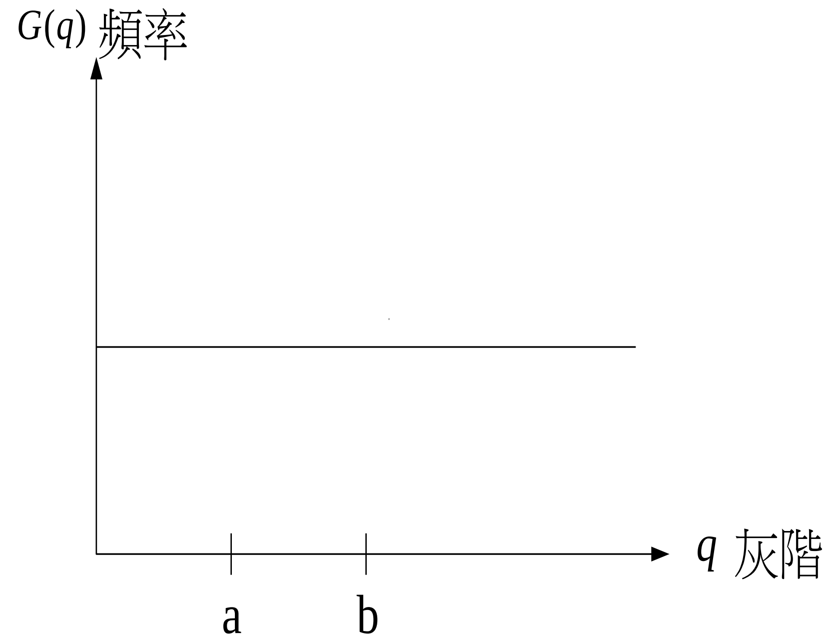


圖3.5.2 均勻分布柱狀圖

- 灰階分佈太集中於[a, b]區之間。
- 找出 *f* 使得分佈能轉成均勻分佈。

離散頻率總和不變原理 $\sum_{i=0}^{k} H(P_i) = \sum_{i=0}^{K} G(q_i)$

G(*q*)為均勻分佈，其各個的機率值 q_i 為 $\dfrac{N^2}{q_k - q_0}$，N^2表影像的大小。

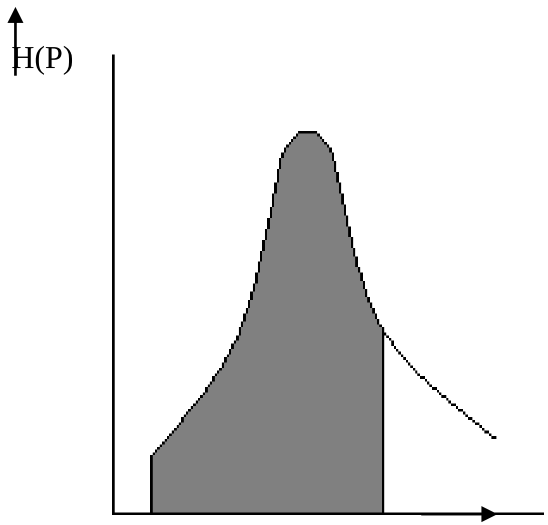
找出 *f* 使得 *f(p)=q* 的關係可被確定。

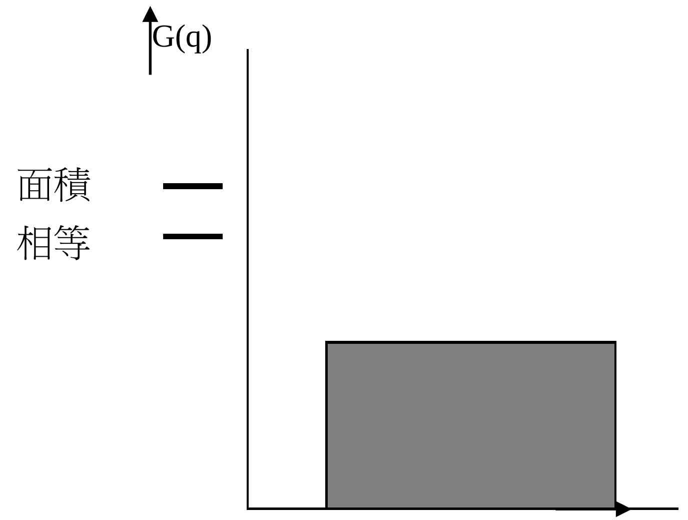
$$N^2 \int_{q_0}^{q} \frac{1}{q_k - q_0} ds = \frac{N^2 (q - q_0)}{q_k - q_0} = \int_{P_0}^{P} H(s) ds$$

$$q = \frac{q_k - q_0}{N^2} \int_{P_0}^{P} H(s) ds + q_0 = f(p)$$

$$q = \frac{q_k - q_0}{N^2} \sum_{i=P_0}^{P} H(i) + q_0$$

下面的示意圖很適合用來解釋上面這個等式。





$$P_0 \rightarrow q_0$$
$$P \rightarrow q$$

解答完畢

部份重疊柱狀圖等化法

- 將原先影像切割成許多長條型的子影像。
- 每一個子影像仍用柱狀圖平均法處理完後，移動子影像一半的水平距離。
- 繼續使用柱狀圖均等法，直到所有的子影像和部分重疊的子影像全部處理完。

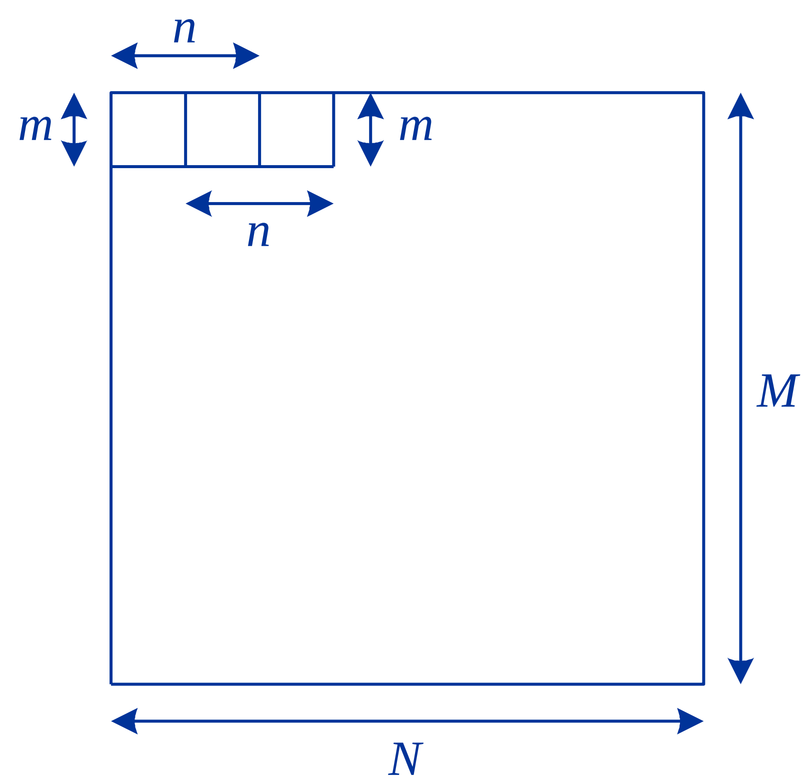
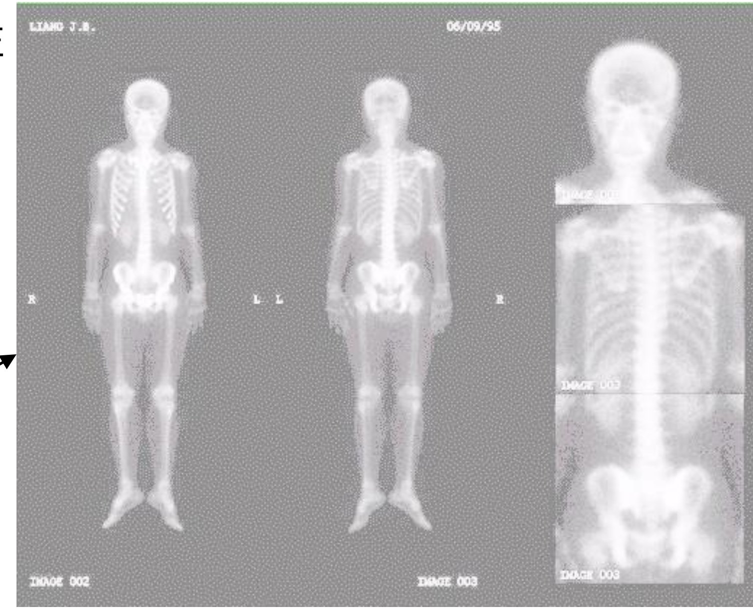


圖3.5.4 重疊式區域柱狀圖平均法

圖3.5.3 經柱狀圖等化法改良後的效果



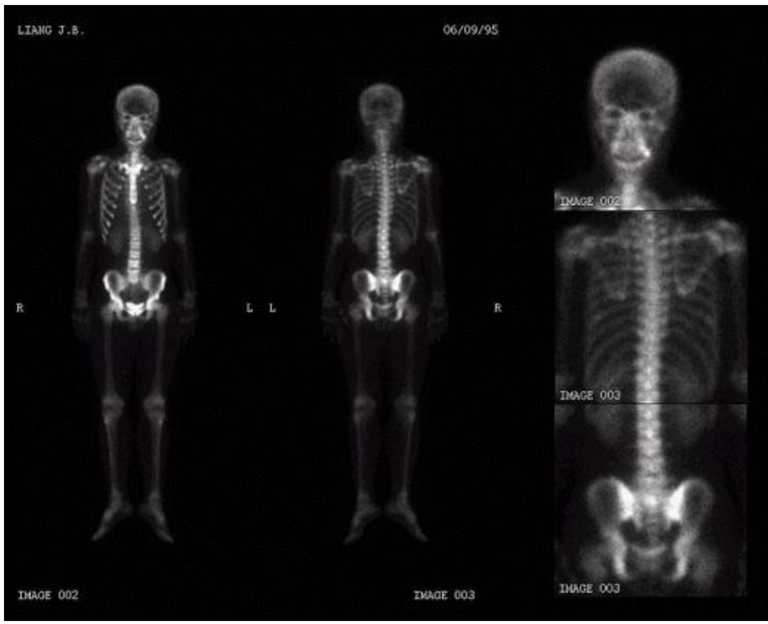


圖3.1.2 灰階分布太集中的影像

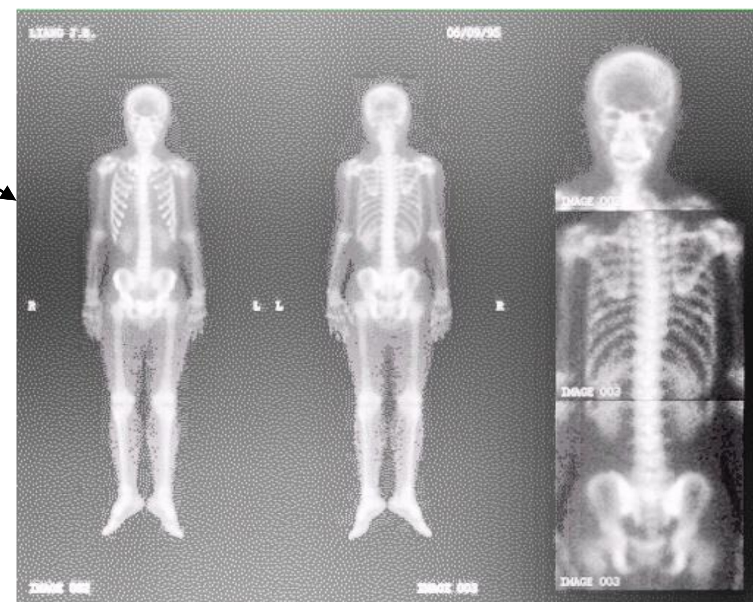


圖3.5.5 經部份重疊柱狀圖平均法改善效果

3.6 模糊中值法

- 採用多層中值法(Multilevel Median Method)為基礎，配合模糊隸屬函數(Fuzzy Membership Function)以改善影像品質。
- 給一3×3視窗如圖所示：

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

圖3.6.1 3×3視窗

$$M_1 = Med\{x_4, x_5, x_6\}$$
$$M_2 = Med\{x_1, x_5, x_9\}$$
$$M_3 = Med\{x_2, x_5, x_8\}$$
$$M_4 = Med\{x_3, x_5, x_7\}$$

有些線段並不是真實的邊線，將假線段(False Line)的情形納入考慮；並以信用度(Credibility)的模糊概念來表達中值與集合內元素的差異合成。

若信用度太低，有可能是假線段或雜訊。

令 A_i 代表 M_i 有關的三個像素

$D_{ix} = |M_i - x|, x \in A_i$ 代表 M_i 與 A_i 中的像素值的差

此時我們再將計算出來的 D_{ix} 代入圖2.6.2中以找出對應的信用度C_{ix}

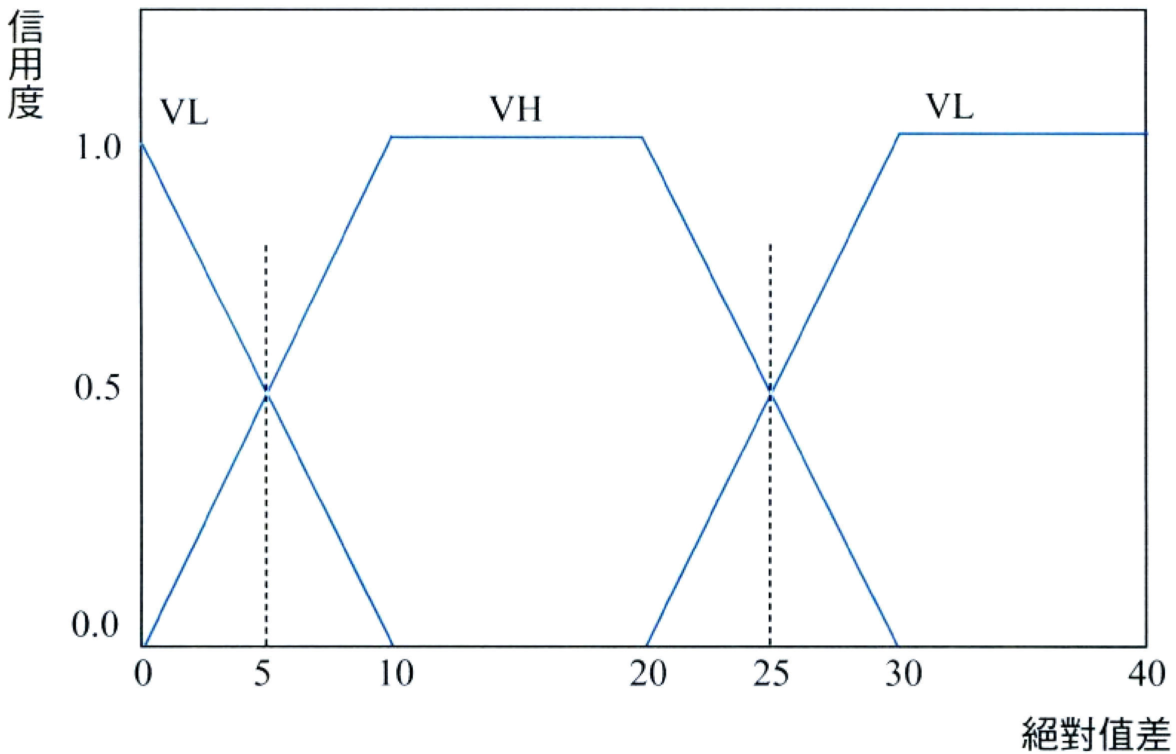


圖3.6.2

假設已算出所有的 C'_{ix} 則模糊中值法所得的結果為：

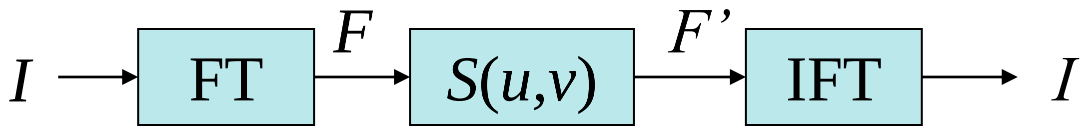
$$Y = Med\{M_{\min}, M_{\max}, x_5, Y_1, Y_2\}$$

Y_1, Y_2 : 具有前兩大信用度的兩個中值

$$M_{\min} = \min\{\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2, \mathrm{M}_3, \mathrm{M}_4\}$$

$$M_{\max} = \max\{\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2, \mathrm{M}_3, \mathrm{M}_4\}$$

3.7 頻率域濾波器設計



- 低通濾波器：

$$S(u,v)=\begin{cases}1, & \text{當} r=\sqrt{u^2+v^2}\le r_0 \\ 0, & \text{當} r=\sqrt{u^2+v^2}> r_0\end{cases}$$

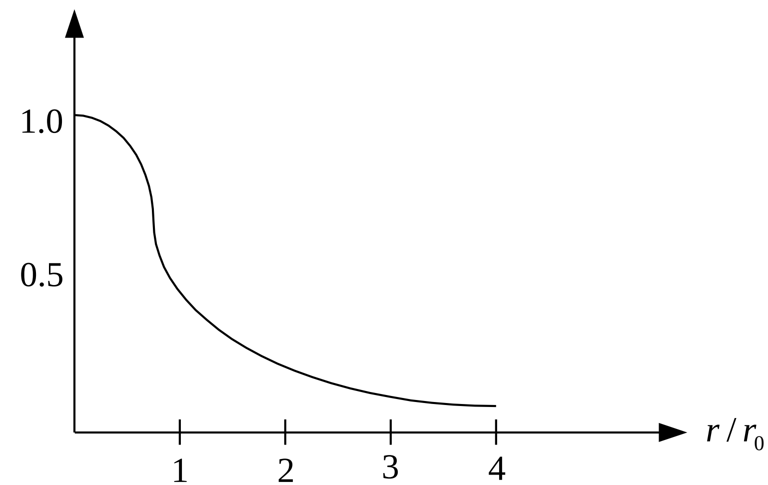


圖2.7.1　$S(u,v)$ 和 r/r_o 關係

- 低通巴特沃斯濾波器：

$$S(u,v)=\frac{1}{1+(r/r_0)^{2n}}$$

- 低通巴特沃斯濾波器：

$$S(u,v)=\frac{1}{1+(r_0/r)^{2n}}$$

圖3.7.2(a)
n=3和r_0=200得到
的傅利葉頻譜圖

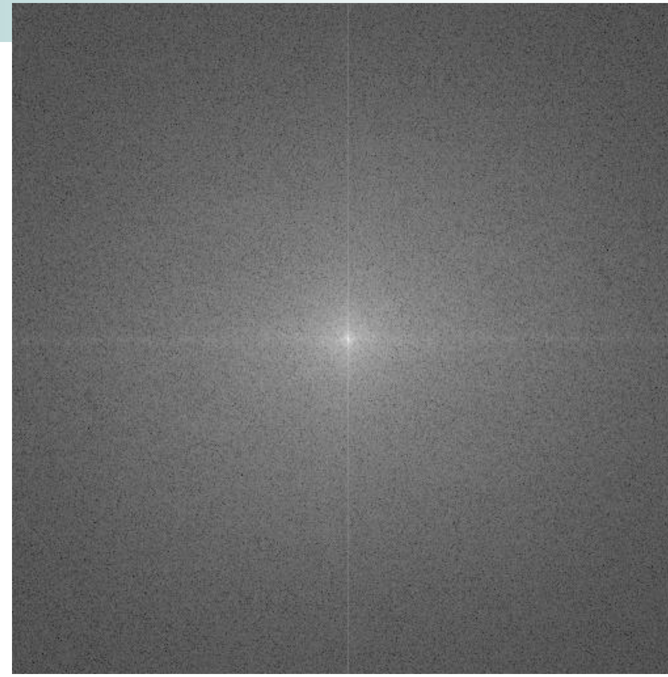


圖3.6.3　輸入影像 I

圖3.7.2(b)
得到的影像 I'